

1104-07

Printed Pages : 12

Degree (Part-III) Examination, 2021**(Honours)****MATHEMATICS****[Paper : Seventh]****[PPU-D-III-(H)-MAT-7]****(Mechanics/Attraction and Potential /
Hydrostatics/Differential Equations)****Time : Three Hours]****[Maximum Marks : 100**

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक कथन के लिए सत्य या असत्य लिखिए।

- (a) A particle moves on a circle of radius 40 cm. with a linear velocity of 10 m/s. The angular velocity of the particle is 50 rad./sec.

एक कण, एक 40 cm त्रिज्या वाले वृत्त पर 10 m/s की रेखिक गति से गतिमान है। इसका कोणीय वेग 50 rad/sec. है।

- (b) The moment of inertia of a thin uniform rod, of length 2a and mass M, about an axis at one end and perpendicular to the rod is $\frac{Ma^2}{3}$.

एक पतली समान छड़, जिसकी लंबाई 2a है और द्रव्यमान M है, के एक सिरे पर छड़ के लम्बवत् अक्ष के परितः छड़ का जड़त्व आघूर्ण $\frac{Ma^2}{3}$ होगा।

- (c) A rigid body is formed by material particles whose mutual distances do not change.

एक दृढ़ पिण्ड, भौतिक कणों से बना होता है जिनकी परस्पर दूरियाँ नहीं बदलती हैं।

Note : This question paper is divided into two sections. Instructions are given in each section. Answer accordingly.

यह प्रश्न पत्र दो खण्डों में विभक्त है। प्रत्येक खण्ड में निर्देश दिए गए हैं। निर्देशानुसार उत्तर दीजिए।

Section-I / खण्ड-I**(Compulsory / अनिवार्य)**

1. Answer all questions. Write True or False for each statement. [2×10=20]

1104-07/4730

(1)

[P.T.O.]

<https://www.ppuonline.com>

1104-07/4730

(2)

<https://www.ppuonline.com>

- (d) The reversed effective force on a particle of mass m parallel to the x -axis is $m \frac{d^2x}{dt^2}$, where t is the time.

द्रव्यमान m के एक कण पर x -अक्ष के समान्तर विपरीत प्रभावी बल $m \frac{d^2x}{dt^2}$ होता है, जहाँ t समय है।

- (e) If ϕ be the potential function, then $\nabla^2\phi = 0$ is called Poisson equation.

यदि ϕ विभव फलन हो तो $\nabla^2\phi = 0$ प्वायंसा समीकरण कहलाता है।

- (f) The pressure at any point of an ideal liquid at rest, is the same in all directions.

विरामावस्था में एक आदर्श द्रव के किसी बिन्दु पर सभी दिशाओं में दबाव समान होता है।

- (g) The pressure of a heavy homogeneous liquid at all points of the same horizontal plane is the same.

एक समरूप भारी द्रव के, एक क्षैतिज तल के सभी बिन्दुओं पर दबाव बराबर होता है।

- (h) $y = \sin x$ is not a part of C.F. of the Differential Equation (D.E.):

$$(\sin x - \cos x) y_2 - (x \sin x) y_1 + 2y \sin x = 0$$

अवकल समीकरण $(\sin x - \cos x) y_2 - (x \sin x) y_1 + 2y \sin x = 0$ के C.F. का, $y = \sin x$ एक हिस्सा नहीं है।

- (i) The P.D.E. $pq = k$ (constant) has the solution

$$z = ax + \frac{b}{a}y + c.$$

P.D.E. $pq = k$ (अचर) का हल है $z = ax + \frac{b}{a}y + c.$

- (j) The D.E. $\frac{dx}{z} = \frac{dy}{0} = \frac{dz}{-x}$ has the solution $y = c_1$ and $x^2 + z^2 = c_2.$

अवकल समीकरण $\frac{dx}{z} = \frac{dy}{0} = \frac{dz}{-x}$ का हल $y = c_1$ एवं $x^2 + z^2 = c_2$ है।

Section-II / खण्ड-II

Note: This section is divided into three groups. Answer **five** questions in all, selecting **at least one** from each group.

[16×5=80]

यह खण्ड तीन समूहों में विभाजित है। प्रत्येक समूह से कम से कम एक प्रश्न का उत्तर देते हुए कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Group-A / समूह-अ

- 2 (a) A particle is dropped from rest from a height H in a medium, whose resistance at any point of motion is proportional to the square of velocity. Discuss the motion.

एक कण विरामावस्था से, ऊँचाई H से एक माध्यम में जिसका प्रतिरोध, गति के किसी बिन्दु पर वेग के वर्ग के समानुपाती है, गिराया जाता है। गति की समीक्षा कीजिए।

- (b) A particle is moving on a circle with variable speed. Find expressions for its radial and transverse accelerations.

एक कण, एक वृत्त पर परिवर्तनशील गति से गतिमान है। त्रिज्यात्मक एवं अनुदैर्घ्य त्वरणों के व्यंजक ज्ञात कीजिए।

- 3 (a) Find the moment of inertia of a thin uniform circular lamina about its diameter.

एक समान पतली वृत्ताकार पटल का एक व्यास के परितः जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

- (b) Prove that, the sum of the moment of inertia of an elliptic area, about any two mutually perpendicular tangents, is always constant.

सिद्ध कीजिए कि किसी दीर्घवृत्तीय क्षेत्र का दो परस्पर लम्बवत् स्पर्शियों के परितः जड़त्व आघूर्णों का योग सदैव अचर होता है।

- 4 (a) State D'Alembert's principle. Find the moment of the effective forces about a fixed axis of rotation and hence write the equations of motion about the axis of rotation.

डी'लेम्बर्ट के सिद्धान्त के कथन को लिखिए। एक स्थिर घूर्णन अक्ष के परितः प्रभावी बलों का आघूर्ण ज्ञात कीजिए एवं घूर्णन अक्ष के परितः गति के समीकरणों को लिखिए।

- (b) Define (a) Centre of suspension (b) Centre of oscillation and prove that they are interchangeable.

परिभाषित कीजिए (a) निलम्बन केन्द्र (b) दोलन केन्द्र। सिद्ध कीजिए कि, ये केन्द्र विनिमेय है।

- 5 (a) A uniform rod of mass ' m ' and length $2a$ can turn freely about one end which is fixed. Initially the rod hangs vertically and starts with angular velocity ω . Find the time of describing an angle θ .

एक समान छड़, जिसका द्रव्यमान m है और लम्बाई $2a$ है, एक स्थिर सिरे के परितः घूमती है। प्रारंभ में यह ऊर्ध्वाधर स्थिति में है और इस स्थिति से कोणीय वेग ω , से गतिमान होती है। कितने समय के बाद छड़ ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाएगी।

- (b) Define a simple equivalent pendulum. Find the length of a simple equivalent pendulum for an elliptic lamina when the axis is a latus rectum.

एक सरल समतुल्य लोलक की परिभाषा दीजिए। एक दीर्घवृत्तीय पटल के लिए सरल समतुल्य लोलक की लंबाई निकालिए जहाँ एक नाभिलम्ब जीवा अक्ष है।

Group-B / समूह-ब

6. (a) Find the attraction due to a thin uniform rod at an external point.

एक पतली समान छड़ के कारण एक बाहरी बिन्दु पर आकर्षण ज्ञात कीजिए।

- (b) Prove that, the attraction due to a uniform rod AB on a unit mass at an external point P in the direction parallel to AB varies as $\frac{1}{PA} - \frac{1}{PB}$.

सिद्ध कीजिए कि, एक समान छड़ AB के कारण किसी इकाई मात्रा के द्रव्यमान जो एक बाहरी बिन्दु P पर स्थित है, AB की समान्तर दिशा में आकर्षण $\frac{1}{PA} - \frac{1}{PB}$ के समानुपाती होगा।

7. (a) Find the potential due to a thin uniform rod at an external point.

1104-07/4730

(7)

[P.T.O.]

<https://www.ppuonline.com>

एक पतली समान छड़ के कारण एक बाहरी बिन्दु पर विभव ज्ञात कीजिए।

- (b) Does $\phi = \frac{1}{2} \log \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}$ satisfy Laplace's equation?

क्या $\phi = \frac{1}{2} \log \frac{(x+a)^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2}$ लाप्लास के समीकरण को संतुष्ट करता है।

8. (a) Find expression for the whole pressure of a homogeneous liquid on a plane area immersed in it.

A square lamina ABCD is immersed in water with side AB in the surface. Draw a line BE to a point E in CD such that the pressure on the two portions into which BE divides the lamina may be equal.

एक समरूप द्रव में एक समतल क्षेत्र डुबाया जाता है, कुल दबाव का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

एक वर्ग पटल ABCD पानी में इस तरह से डुबाया जाता है कि भुजा AB सतह में है। CD में बिन्दु E के लिए रेखा BE इस प्रकार खींचे कि दोनों भागों में जिनमें BE पटल को विभक्त करती है, दबाव बराबर हों।

1104-07/4730

(8)

<https://www.ppuonline.com>

- (b) What are the conditions of equilibrium of a body freely floating in a liquid? <https://www.ppuonline.com>

A cylinder floats vertically with H cms. of its length above the surface of the liquid. If the specific gravity of the liquid is $n(>1)$ times that of the cylinder, find the length of the cylinder.

एक पिण्ड के एक द्रव में स्वतन्त्र रूप से तैरने के लिए सन्तुलन की शर्तें कौन-सी हैं?

एक बेलन एक द्रव में ऊर्ध्वाधर इस प्रकार तैरता है कि उसकी लम्बाई का H सेमी. सतह के ऊपर है। यदि द्रव का विशिष्ट घनत्व बेलन के विशिष्ट घनत्व का $n(>1)$ गुना है, तो बेलन की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

9. (a) Find the depth of centre of pressure of a triangular lamina with vertex in the surface and base parallel to the surface of the liquid.

एक त्रिभुजाकार पटल का शीर्ष द्रव की सतह में है एवं आधार सतह के समान्तर है। इस पटल के दबाव केन्द्र की गहराई ज्ञात कीजिए।

- (b) A semi-circular lamina of radius a is immersed in a liquid with the diameter in the surface. Find the depth of the centre of pressure.

एक अर्द्धवृत्ताकार पटल, जिसकी त्रिज्या a है, एक द्रव में इस प्रकार डुबाया गया कि इसका व्यास सतह में है। दबाव केन्द्र की गहराई ज्ञात कीजिए।

Group-C / समूह-स

10. (a) Solve the following differential equation (D.E.):

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x^2 y_2 - 2x(1+x)y_1 + 2(1+x)y = x^3$$

- (b) Solve, by the method of variation of parameter, the following D.E.:

प्राचलों की परिवर्तन विधि द्वारा निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(1 + e^x)(y_2 - y) = 2$$

11. Solve the following differential equations:

निम्न अवकल समीकरणों को हल कीजिए :

(a)
$$\frac{a dx}{(b-c)yz} = \frac{b dy}{(c-a)zx} = \frac{c dz}{(a-b)xy}$$

(b)
$$z(z-y) dx + z(z+x) dy + x(x+y) dz = 0$$

12. (a) Solve :

हल कीजिए :

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = (y - mx)$$

(b) Solve by charpit's method :

$$z = p^2x + q^2y$$

शार्पी विधि द्वारा हल कीजिए :

$$z = p^2x + q^2y$$

----- x -----

<https://www.ppuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से